Corrigé du baccalauréat TS Métropole–La Réunion
22 juin 2018

EXERCICE 1

1. La largeur de l'arc de chaînette est égal à $2x$ et sa hauteur est égale à $\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-2)$.

Le problème étudié revient à résoudre l'équation $\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-2)=2x$

$\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-2)=2x \iff \mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-2=4x \iff \mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-2-4x=0$

2. **a.** Pour $x>0$, $x\left(\frac{\mathrm{e}^{x}}{x}-4\right)=\cancel{x}\times\frac{\mathrm{e}^{x}}{\cancel{x}}-4x=\mathrm{e}^{x}-4$ donc $f(x)$ peut bien s'écrire sous la forme proposée.

b. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^{x}}{x}=+\infty$ par croissance comparée, donc par somme puis produit,

$\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\frac{\mathrm{e}^{x}}{x}-4\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{-x}=0$

Par somme, on obtient $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty}$

3. **a.** $\boxed{f'(x)=\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}-4}$

b. $f'(x)=0 \iff \mathrm{e}^{x}-\frac{1}{\mathrm{e}^{x}}-4=0 \iff \frac{(\mathrm{e}^{x})^2-4\mathrm{e}^{x}-1}{\mathrm{e}^{x}}=0 \iff (\mathrm{e}^{x})^2-4\mathrm{e}^{x}-1=0.$

c. Si on pose $\mathrm{X}=\mathrm{e}^{x}$ alors $(\mathrm{e}^{x})^2-4\mathrm{e}^{x}-1=0 \iff \mathrm{X}^2-4\mathrm{X}-1=0$

$\Delta=16-4\times1\times(-1)=16+4=20>0$ donc l'équation admet deux solutions :

$\mathrm{X}_1=\frac{4-\sqrt{20}}{2}=\frac{4-2\sqrt{5}}{2}=2-\sqrt{5}\approx-0{,}24<0$ et $\mathrm{X}_2=2+\sqrt{5}\approx4{,}24>0$

$\mathrm{e}^{x}=2-\sqrt{5}$ n'a pas de solution car $\mathrm{e}^{x}>0$ et $\mathrm{e}^{x}=2+\sqrt{5} \iff x=\ln(2+\sqrt{5})$.

Donc $f'(x)$ s'annule pour une seule valeur égale à $\ln(2+\sqrt{5})$

4. **a.** On obtient le tableau de variations suivant :

x	0	$\ln\left(2+\sqrt{5}\right)$	$+\infty$
$f(x)$	0 ↘	$f\left(\ln\left(2+\sqrt{5}\right)\right)$	↗ $+\infty$

avec $f(0)=1+1-0-2=0$
et $f\left(\ln\left(2+\sqrt{5}\right)\right)\approx-3{,}3$

b. — Sur $\left]0;\ln(2+\sqrt{5})\right]$, $f(x)<0$ donc l'équation $f(x)=0$ n'a pas de solution.

— Sur $\left[\ln(2+\sqrt{5};+\infty\right[$, f est continue et strictement croissante.

$0\in\left[f(\ln(2+\sqrt{5}))\,;\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)\right[$ car $f(\ln(2+\sqrt{5}))\approx-3{,}3<0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation admet une unique solution α.

5. **a.**

m	a	b	$b-a$	$f(m)$
	2	3	1	
2,5	2	2,5	$0{,}5>0{,}1$	$\approx 0{,}26>0$
2,25	2,25	2,5	$0{,}25>0{,}1$	$\approx -1{,}4<0$
2,375	2,375	2,5	$0{,}125>0{,}1$	$\approx -0{,}66<0$
2,4375	2,4375	2,5	$0{,}0625<0{,}1$	$\approx -0{,}22<0$

b. Grâce à cet algorithme, on obtient un encadrement de α : $\boxed{2{,}4375<\alpha<2{,}5}$

6. $\mathrm{e}^{\frac{t}{39}}+\mathrm{e}^{-\frac{t}{39}}-4\dfrac{t}{39}-2=0 \iff \mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-4x-2=0$ avec $x=\dfrac{t}{39}$

Cette équation a une unique solution α et $\alpha=\dfrac{t}{39} \iff t=39\alpha$ donc la hauteur de l'arche est $2t=78\alpha$

$2{,}4375<\alpha<2{,}5 \iff 190{,}125<78\alpha<195$

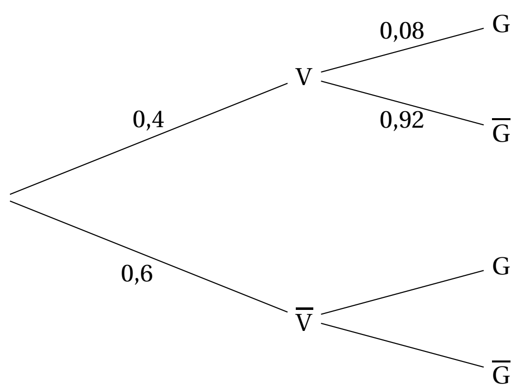
donc la hauteur de l'arche est comprise entre 190 et 195 mètres.

EXERCICE 2

Partie A

1. **a.** $\mathrm{P(G)}=0{,}2$ car 20% de la population a contracté la grippe.

b. On obtient :



2. On calcule $\mathrm{P(G\cap V)}=0{,}4\times 0{,}08=0{,}032$ soit 3,2% de chances que la personne ait contractée la grippe et soit vaccinée.

3. On calcule $\mathrm{P}_{\overline{\mathrm{V}}}(\mathrm{G})=\dfrac{\mathrm{P}(\overline{\mathrm{V}}\cap \mathrm{G})}{\mathrm{P}\left(\overline{\mathrm{V}}\right)}$

D'après la formule des probabilités totales, $\mathrm{P(V\cap G)}+\mathrm{P}\left(\overline{\mathrm{V}}\cap\mathrm{G}\right)=\mathrm{P(G)}$

donc $\mathrm{P}\left(\overline{\mathrm{V}}\cap\mathrm{G}\right)=\mathrm{P(G)}-\mathrm{P(V\cap G)}=0{,}2-0{,}032=0{,}168$ puis $\mathrm{P}_{\overline{\mathrm{V}}}(\mathrm{G})=\dfrac{0{,}168}{0{,}6}=0{,}28$.

Partie B

1. Il s'agit de n expériences aléatoires identiques et indépendantes à 2 issues (la personne est vaccinée ou non) avec une probabilité de succès de 0,4.

La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;\,0{,}4)$.

2. Avec la loi $\mathscr{B}(40\,;\,0{,}4)$

a. $\mathrm{P(X=15)}\approx 0{,}123$

b. $P(X \geqslant 20) = 1 - P(X < 20) = 1 - P(X \leqslant 19) \approx 0{,}130$

3. On calcule $P(1450 < X < 1550) = P\left(\dfrac{1450-1500}{30} < Z < \dfrac{1550-1500}{30}\right) = P\left(\dfrac{-5}{3} < Z < \dfrac{5}{3}\right) \approx 0{,}904$

EXERCICE 3

Partie A

1. a. (EA) $\perp$ (ABC) donc (EA) est la hauteur issue de E dans le tétraèdre ABCE.

(CB) $\perp$ (ABE) donc (CB) est la hauteur issue de C dans le tétraèdre ABCE.

b. Les droites (EA) et (BC) sont non coplanaires donc non sécantes.

Avec deux hauteurs non sécantes, il est impossible d'avoir 4 hauteurs concourantes !

2. a. $x - y + z = 0$ est bien l'équation cartésienne d'un plan donc je vérifie que les points A, C et H appartiennent bien à ce plan :
A(0 ; 0 ; 0) donc $x_A - y_A + z_A = 0$
C(1 ; 1 ; 0) donc $x_C - y_C + z_C = 1 - 1 - 0 = 0$
H(0 ; 1 ; 1) donc $x_H - y_H + z_H = 0 - 1 + 1 = 0$

b. F(1 ; 0 ; 1) et D(0 ; 1 ; 0) donc $\overrightarrow{DF}(1\,;\,-1\,;\,1)$ qui est bien un vecteur normal au plan d'après les coefficients de l'équation cartésienne donc (FD) $\perp$ (ACH) puis (FD) est bien la hauteur issue de F du tétraèdre ACHF.

c. Par analogie, on en déduit que (AG) est la hauteur issue de A, (CE) est la hauteur issue de H et (HB) est la hauteur issue de H.
D'après l'énoncé, les 4 hauteurs correspondent aux « grandes diagonales » du cube et sont donc concourantes.

Partie B

1. a. (MK) est orthogonale au plan (NPQ) donc d'après le théorème de la porte, (MK) est orthogonale à toute droite de ce plan ; en particulier, (MK) $\perp$ (PQ).

b. On a montré que (PQ) est orthogonale à (NK) et (MK) qui sont deux droites sécantes du plan (MNK) donc par définition, (PQ) est orthogonale au plan (MNK).

2. (PQ) est orthogonale au plan (MNK) donc d'après le théorème de la porte, (PQ) est orthogonale à toute droite de ce plan ; en particulier, (PQ) $\perp$ (MN).

Partie C

$\overrightarrow{RS}(4\,;\,-1\,;\,-4)$ $\overrightarrow{ST}(3\,;\,-5\,;\,7)$ $\overrightarrow{TU}(0\,;\,8\,;\,-2)$ $\overrightarrow{RU}(7\,;\,2\,;\,1)$ $\overrightarrow{RT}(7\,;\,-6\,;\,3)$ $\overrightarrow{SU}(3\,;\,3\,;\,5)$

$\overrightarrow{ST} \cdot \overrightarrow{RU} = 3 \times 7 + (-5) \times 2 + 7 \times 1 = 21 - 10 + 7 \neq 0$ donc (ST) n'est pas orthogonale à (TU).

Avec deux arêtes opposées non orthogonales, ce tétraèdre n'est pas orthocentrique.

EXERCICE 4 OBLIGATOIRE

1. a. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) + \mathrm{i}\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \mathrm{i}\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3}{4} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{3}}{4}$

b. $z_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} z_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \times 8$ donc $\boxed{z_1 = 4\sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}}$

$z_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} z_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \times 4\sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} = 6\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{6}}$ donc $\boxed{z_2 = 6\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}}$

$z_3 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} z_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \times 6\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}} = 3\sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{3\pi}{6}}$ donc $\boxed{z_3 = 3\sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}}$

$\arg(z_3) = \dfrac{-\pi}{2}$ donc z_3 est un imaginaire pur dont la partie imaginaire est négative et $\boxed{\mathrm{Im}(z_3) = -3\sqrt{3}}$

c. FIGURE

2. **a.** *Initialisation* $z_0 = 8 \times 1 \times 1 = 8$ donc la propriété est vraie pour $n = 0$.

Hérédité : On suppose que pour $n \geqslant 0$, $z_n = 8 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{n\pi}{6}}$ et on va montrer que

$z_{n+1} = 8 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(n+1)\pi}{6}}$

On a $z_{n+1} = \frac{\sqrt{3}}{2} z_n = \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \times 8 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{n\pi}{6}}$ *(par hypothèse de récurrence).*

Donc $z_{n+1} = 8\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(n+1)\pi}{6}}$ *(en utilisant la propriété $a^n \times a = a^{n+1}$ pour tout nombre réel a)* .

Donc la propriété est héréditaire.

La propriété est vraie au rang 0, et si elle est vraie au rang $n \geqslant 0$, elle l'est aussi au rang $n+1$

Conclusion : d'après le principe de récurrence la propriété est vraie pour tout entier naturel n.

b. On a donc $u_n = |z_n| = 8 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$

Il s'agit d'une suite géométrique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$0 < \frac{\sqrt{3}}{2} < 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n = 0$ puis $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 8 \times 0 = 0}$

3. **a.** $\dfrac{z_{k+1} - z_k}{z_{k+1}} = \dfrac{\frac{3-\mathrm{i}\sqrt{3}}{4} z_k - z_k}{\frac{3-\mathrm{i}\sqrt{3}}{4} z_k} = \dfrac{\cancel{z_k}\left(\frac{3-\mathrm{i}\sqrt{3}}{4} - 1\right)}{\frac{3-\mathrm{i}\sqrt{3}}{4}\cancel{z_k}} = \dfrac{\frac{3-\mathrm{i}\sqrt{3}}{4} - 1}{\frac{3-\mathrm{i}\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{-1-\mathrm{i}\sqrt{3}}{4} \times \dfrac{4}{3-\mathrm{i}\sqrt{3}} = \dfrac{-1-\mathrm{i}\sqrt{3}}{3-\mathrm{i}\sqrt{3}}$

On multiplie par le conjugué du dénominateur :

$\dfrac{z_{k+1} - z_k}{z_{k+1}} = \dfrac{(-1-\mathrm{i}\sqrt{3})(3+\mathrm{i}\sqrt{3})}{(3-\mathrm{i}\sqrt{3})(3+\mathrm{i}\sqrt{3})} = \dfrac{-3-\mathrm{i}\sqrt{3}-3\mathrm{i}\sqrt{3}+3}{9+3} = \dfrac{-4\mathrm{i}\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{12\times\sqrt{3}} = \dfrac{-12\mathrm{i}}{12\sqrt{3}} = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{i}$

On a donc $\left|\dfrac{z_{k+1} - z_k}{z_{k+1}}\right| = \left|-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{i}\right| \iff \dfrac{|z_{k+1} - z_k|}{|z_{k+1}|} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \iff \dfrac{\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}}{\mathrm{OA}_{k+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \iff$
$\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{OA}_{k+1}$.

b. D'après la question précédente, pour tout entier naturel k,

$\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{OA}_{k+1} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}|z_{k+1}| = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times 8 \times \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{k+1} = \dfrac{8}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{k+1}$

Donc $\ell_n = \dfrac{8}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^1 + \dfrac{8}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \cdots + \dfrac{8}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^n = \dfrac{8}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(1 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^1 + \cdots + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n-1}\right)$

Puis $\ell_n = 4 \times \dfrac{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n}{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 4 \times \dfrac{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n}{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{8}{2-\sqrt{3}} \times \left(1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n\right)$

Pour finir, $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \ell_n = \frac{8}{2-\sqrt{3}}(1-0) = \frac{8}{2-\sqrt{3}} \approx 29,86$

EXERCICE 4 SPÉCIALITÉ

Partie A

$$x^2 - 8y^2 = 1. \quad \text{(E)}$$

1. Le couple $(1\,;0)$ est solution ; avec $y = 1$, on trouve aussitôt $x = 3$.
   Le couple $(3\,; 1)$ est aussi solution.
2. $$x_0 = 1,\, y_0 = 0, \text{et pour tout entier naturel } n,\ \begin{pmatrix} x_{n+1}\\ y_{n+1}\end{pmatrix} = \text{A}\begin{pmatrix} x_n\\ y_n\end{pmatrix}.$$
   a. *Initialisation*
   On a vu que le couple $\left(x_0 = 1\ ;\ y_0 = 0\right)$ est un couple solution. Donc la proposition est vraie au rang 0.
   Hérédité
   Soit $n \in \mathbb{N}$ et supposons que le couple $\left(x_n\ ;\ y_n\right)$ est solution de l'équation (E), c'est-à-dire que $x_n^2 - 8y_n^2 = 1$.
   Alors $\begin{pmatrix} x_{n+1}\\ y_{n+1}\end{pmatrix} = \text{A}\begin{pmatrix} x_n\\ y_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 8\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_n\\ y_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_n + 8y_n\\ x_n + 3y_n\end{pmatrix}$
   Donc $x_{n+1} = 3x_n + 8y_n$ et $y_{n+1} = x_n + 3y_n$.
   Calculons la différence :
   $x_{n+1}^2 - 8y_{n+1}^2 = \left(3x_n + 8y_n\right)^2 - 8\left(x_n + 3y_n\right)^2 = 9x_n^2 64y_n^2 + 48x_n y_n - 8\left(x_n^2 + 9y_n^2 + 6x_n y_n\right) = 9x_n^2 + 64y_n^2 + 48x_n y_n - 8x_n^2 - 72y_n^2 - 48x_n y_n = x_n - 8y_n^2 = 1$, d'après l'hypothèse de récurrence.
   Le couple $\left(x_{n+1}\ ;\ y_{n+1}\right)$ est aussi un couple solution.
   On a montré que la proposition est vraie au rang 0 et que si elle est vraie à un rang $n \in \mathbb{N}$ elle l'est aussi au rang $n+1$: d'après le principe de récurrence on a montré que pour tout naturel n, le couple $\left(x_n\ ;\ y_n\right)$ est une solution de (E).

   b. On calcule la différence :
   $x_{n+1} - x_n = 3x_n + 8y_n - x_n = 2x_n + 8y_n$; cette somme est positive car on suppose que $x_n > 0$ et $y_n \in \mathbb{N}$, $y_n \geqslant 0$.
   On a donc $x_{n+1} - x_n > 0 \iff x_{n+1} > x_n$: la suite (x_n) est donc strictement croissante.
3. On a vu qu'il existe au moins un couple $\left(x_0\ ;\ y_0\right)$ solution de (E) et on a démontré que pour chaque couple solution $\left(x_n\ ;\ y_n\right)$ le couple $\left(x_{n+1}\ ;\ y_{n+1}\right)$ est aussi solution ; comme on a montré que $x_{n+1} > x_n$ le couple $\left(x_{n+1}\ ;\ y_{n+1}\right)$ est une solution différente.
   Conclusion : l'équation (E) a une infinité de solutions, les premiers termes étant de plus en plus grands. Les premiers couples sont $(1\,;0)$, $(3\,; 1)$, $(17\,; 6)$, ...

Partie B

Un entier naturel n est appelé un nombre puissant lorsque, pour tout diviseur premier p de n, p^2 divise n. En d'autres termes, un entier naturel n est puissant s'il est divisible par p^2, **pour tout** diviseur premier p de n.

1. • On a $8 = 2^3$; l'unique diviseur premier de 8 est 2, 8 est divisible par 2^2, 8 est donc puissant;
   • On a $9 = 3^2$; l'unique diviseur premier de 9 est 3, 9 est divisible par 3^2, 9 est donc puissant;

   8 et 9 sont deux naturels consécutifs inférieurs à 10 qui sont puissants.

   Remarque : 12, qui est divisble par 2 et 2^2, n'est pas puissant. En effet 3 est un diviseur premier de 12 et $3^2 = 9$ ne divise pas 12.

2. On suppose que $ab \neq 0$, que $a \neq b$ et $a > 1$.

   Tout diviseur premier de n est un diviseur de a ou de b

   • Si p est un diviseur premier de a, alors il existe $a' \in \mathbb{N}$ tel que $a = p \times a'$, donc n s'écrit $n = p^2 a'^2 b^3$, donc p^2 divise n;

   • Si p est un diviseur premier de b, alors il existe $b' \in \mathbb{N}$ tel que $b = p \times b'$, donc n s'écrit $n = a^2 p^3 \left(b'\right)^3 = p^2 p a^2 \left(b'\right)^3$, donc p^2 divise n.

   Conclusion n est puissant.

3. • Il est évident que $x^2 - 1$ précède x^2 ; les deux nombres sont consécutifs;

   • Puisque $(x\ ;\ y)$ est un couple solution de l'équation (E), on a donc $x^2 - 8y^2 = 1 \iff$ $x^2 - 1 = 8y^2$ qui est un nombre puissant : en effet, il est de la forme a^2b^3 avec $a = x$ et $b = 2$. De même $x^2 = x^2 \times 1^3$, x^2 est donc également puissant.

   Conclusion : si $(x\ ;\ y)$ est un couple solution de l'équation (E), $x^2 - 1$ et x^2 sont deux naturels consécutifs puissants.

   On a vu que 8 et 9 sont consécutifs et puissants.

4. On a vu l'équation (E) a une infinité de couples solutions.

   On a démontré que pour chaque couple $(x\ ;\ y)$ solution de (E), les nombres $x^2 - 1$ et x^2 sont consécutifs et puissants et que la suite des premiers termes est strictement croissante.

   Il existe donc une infinité de naturels consécutifs et puissants.

   La calculatrice donne $\left(x_3\ ;\ y_3\right) = (99\ ;\ 35)$.

   On a $99^2 = (100 - 1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$ et $99^2 - 1 = 9\,800$.

   $9\,801 = (9 \times 11)^2 = \left(3^2 \times 11\right)^2 = 3^4 \times 11^2$.

   $9\,801$ est effectivement divisible par 3 et par 3^2, par 11 et 11^2 ;

   $9\,801 - 1 = 9\,800 = 98 \times 100 = 2 \times 49 \times (2 \times 5)^2 = 2^3 \times 5^2 \times 7^2$ est divisible par 2 et par 2^2, par 5 et 5^2 par 7 et 7^2.

   $9\,800$ et $9\,801$ sont des naturels consécutifs et puissants supérieurs à 2018.